Рыночный импакт и модели алгоритмического и высокочастотного трейдинга

Весенний семестр 2021 г.

Лектор: Проф. Михаил Александрович Урусов, университет Дуйсбурга–Эссена, Германия, mikhail.urusov@uni-due.de

Преподаватель семинарских занятий: Федор Дементьев, Механико-математический факультет МГУ

Необходимая подготовка: От слушателей ожидается знакомство с броуновским движением, непрерывными локальными мартингалами и стохастическим интегралом.

Материалы к курсу: Для углубленного изучения техник стохастического анализа, включая стохастическое интегрирование по семимартингалам, рекомендуются монографии [14, 20, 21] (непрерывные семимартингалы) и [13, 19] (семимартингалы со скачками). Техники стохастического оптимального контроля представлены, например, в монографиях [10, 17, 24, 25]. Что касается рыночного импакта и оптимального исполнения сделок, в курсе будут затронуты различные идеи из статей [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [11], [12], [15], [16], [18], [22], [23].

Краткое содержание курса

- Задача оптимального исполнения сделки.
- Моделирование по Альмгрену–Криссу в простейшем случае.
- Скалирование и предел непрерывного времени vs. модель непрерывного времени.
- Почему такой выбор классов стратегий.
- Учет неприятия риска.
- Моделирование по Обижаевой–Вангу в простейшем случае.
- Разные подходы к решению.
- Почему такой выбор классов стратегий.
- Книга лимитных заказов общей формы.
- Стохастическая ликвидность.
- Решение в дискретном времени, с помощью принципа динамического программирования.
- Экономические эффекты изменения некоторых параметров.
- Непрерывное время: Ньюансы классов стратегий со стохастической ликвидностью.
- Если необходимо, дополнительные сведения из стохастического анализа (семимартингалы со скачками; квадратические обратные стохастические дифференциальные уравнения).
- Оптимальные стратегии в непрерывном времени как эвристический предел задачи в дискретном времени.
- Проверочная теорема в непрерывном времени.

Список литературы

[1] J. Ackermann, T. Kruse, and M. Urusov. Càdlàg semimartingale strategies for optimal trade execution in stochastic order book models. *Accepted in Finance Stoch.*, 2021. Preprint available online at `https://arxiv.org/abs/2006.05863`.

[2] J. Ackermann, T. Kruse, and M. Urusov. Optimal trade execution in an order book model with stochastic liquidity parameters. *Accepted in SIAM J. Financial Math.*, 2021. Preprint available online at `https://arxiv.org/abs/2006.05843`.

[3] A. Alfonsi and J. I. Acevedo. Optimal execution and price manipulations in time-varying limit order books. *Appl. Math. Finance*, 21(3):201–237, 2014.

[4] A. Alfonsi, A. Fruth, and A. Schied. Constrained portfolio liquidation in a limit order book model. In *Advances in Mathematics of Finance*, volume 83 of *Banach Center Publ.*, pages 9–25, Warsaw, Poland, 2008. Polish Acad. Sci. Inst. Math.

[5] A. Alfonsi, A. Fruth, and A. Schied. Optimal execution strategies in limit order books with general shape functions. *Quant. Finance*, 10(2):143–157, 2010.

[6] R. Almgren and N. Chriss. Optimal execution of portfolio transactions. *J. Risk*, 3:5–40, 2001.

[7] P. Bank and A. Fruth. Optimal order scheduling for deterministic liquidity patterns. *SIAM J. Financial Math.*, 5(1):137–152, 2014.

[8] D. Bertsimas and A. W. Lo. Optimal control of execution costs. *J. Financial Markets*, 1(1):1–50, 1998.

[9] R. Carmona and K. Webster. The self-financing equation in limit order book markets. *Finance Stoch.*, 23(3):729–759, 2019.

[10] W. H. Fleming and H. M. Soner. *Controlled Markov processes and viscosity solutions*, volume 25 of *Stochastic Modelling and Applied Probability.* Springer, New York, second edition, 2006.

[11] A. Fruth, T. Schöneborn, and M. Urusov. Optimal trade execution and price manipulation in order books with time-varying liquidity. *Math. Finance*, 24(4):651–695, 2014.

[12] A. Fruth, T. Schöneborn, and M. Urusov. Optimal trade execution in order books with stochastic liquidity. *Math. Finance*, 29(2):507–541, 2019.

[13] J. Jacod and A. N. Shiryaev. *Limit theorems for stochastic processes.* A Series of Comprehensive Studies in Mathematics; 288. Springer, Berlin, 2nd edition, 2003.

[14] I. Karatzas and S. E. Shreve. *Brownian motion and stochastic calculus.* Graduate texts in mathematics; 113. Springer, New York, 2nd edition, 1991.

[15] C. Lorenz and A. Schied. Drift dependence of optimal trade execution strategies under transient price impact. *Finance Stoch.*, 17(4):743–770, 2013.

[16] A. A. Obizhaeva and J. Wang. Optimal trading strategy and supply/demand dynamics. *J. Financial Markets*, 16:1–32, 2013.

[17] H. Pham. *Continuous-time stochastic control and optimization with financial applications*, volume 61 of *Stochastic Modelling and Applied Probability.* Springer-Verlag, Berlin, 2009.

[18] S. Predoiu, G. Shaikhet, and S. Shreve. Optimal execution in a general one-sided limit-order book. *SIAM J. Financial Math.*, 2(1):183–212, 2011.

[19] P. E. Protter. *Stochastic integration and differential equations*, volume 21 of *Stochastic Modelling and Applied Probability*. Springer-Verlag, Berlin, 2005. Second edition. Version 2.1, Corrected third printing.

[20] D. Revuz and M. Yor. *Continuous martingales and Brownian motion*. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften; 293. Springer, Berlin, third edition, 1999.

[21] L. C. G. Rogers and D. Williams. *Diffusions, Markov processes, and martingales. Vol. 2*. Cambridge Mathematical Library. Cambridge University Press, Cambridge, 2000. Itô calculus, Reprint of the second (1994) edition.

[22] A. Schied and T. Schöneborn. Risk aversion and the dynamics of optimal liquidation strategies in illiquid markets. *Finance and Stochastics*, 13(2):181–204, 2009.

[23] A. Schied, T. Schöneborn, and M. Tehranchi. Optimal basket liquidation for CARA investors is deterministic. *Applied Mathematical Finance*, 17(6):471–489, 2010.

[24] N. Touzi. *Optimal stochastic control, stochastic target problems, and backward SDE*, volume 29 of *Fields Institute Monographs*. Springer, New York; Fields Institute for Research in Mathematical Sciences, Toronto, ON, 2013. With Chapter 13 by Angès Tourin.

[25] J. Yong and X. Y. Zhou. *Stochastic controls*, volume 43 of *Applications of Mathematics (New York)*. Springer-Verlag, New York, 1999. Hamiltonian systems and HJB equations.

Порядок оценивания студентов: Итоговая оценка определяется исходя из нескольких компонентов:

(a) Активная работа на лекциях (a баллов, $a \in [0, 10]$);

(b) **Промежуточный письменный экзамен** (b баллов, $b \in [0, 30]$);

(c) Итоговый устный экзамен (c баллов, $c \in [0, 60]$);

(d) Доклад по статье (d баллов, $d \in [-40, 60]$).

Обозначая сумму баллов через $s = a + b + c + d$, определяем итоговую оценку по шкале

- $s \leq 55$: экзамен не сдан;
- $s \in (55, 70]$: оценка 3;
- $s \in (70, 85]$: оценка 4;
- $s > 85$: оценка 5.

Комментарии: Компонента (a) желательна, но не обязательна. **Обязательная** компонента — **только** (b), то есть

- студенты, не писавшие промежуточный экзамен, к итоговому экзамену не допускаются и не получают тему для доклада;
- студенты, писавшие промежуточный экзамен (пусть даже набравшие 0 баллов), допускаются к итоговому экзамену и/или получают тему для доклада.

Из компонентов (c) и (d) достаточно выбрать одну, но, если есть желание, можно выбрать обе. Обратите внимание, что d может быть отрицательным, то есть те, кто выбирает (d), должны очень ответственно отнестись к подготовке доклада.